

به نام خدا

روش لتیس بولتزمان در حل مسئله نفوذ حرارتی در یک حفره (کویتی) با کد فرترن

استاد:

گردآورنده:

سرفصل مطالب

- مقدمه
- روش لتیس بولتزن
- نرم افزارهای رایج
- طریقه نصب نرم افزارفرتن
- معادلات حاکم بر مسئله و اعمال روش لتیس بولتزن
- تعریف مسئله
- کد لتیس بولتزن برای حل مسئله نفوذ
- نتایج

مقدمه

روش های محاسباتی مختلفی برای بررسی پدیده های فیزیکی و شیمیایی و حل مشکلات مهندسی وجود دارند. در این قسمت به طور مختصر توضیح داده می شوند:

- روش المان محدود (FEM) اولین روش در سال ۱۹۵۶ برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی، انتقال حرارت و دینامیک سیالات
 - در همان سال ها، روش اختلاف محدود (FDM) برای حل مسائل مورد استفاده قرار گرفت
 - در سال ۱۹۸۰، روش حجم محدود (FVM) برای حل مسائل مربوط به پدیده های انتقالی و دینامیک سیالات مورد توجه قرار گرفت
- روش های مذکور با توجه به ماهیت مسئله انتخاب و مورد استفاده قرار میگیرند
- اما روش مورد بحث ما یعنی روش لتیس بولتزمان (LBM) در سال ۱۹۸۸ برای حل مسائل دینامیک سیالات مورد توجه و استفاده قرار گرفت

روش لیس بولتزمن (lattice Boltzmann Method)

یک روش دینامیک سیالات محاسباتی برای شبیه‌سازی جریان سیال است که به جای حل معادلات ناویر استوکس، معادله بولتزمن گسسته شده بکار می‌رود.

LBM یک تکنیک شبیه‌سازی نسبتاً جدید برای هندسه‌های پیچیده است. در روش‌های سنتی CFD، که حل معادلات بقا (به عنوان مثال، جرم، مومنتوم و انرژی) انجام می‌شد در مدل LBM، سیال متشکل از ذرات خیالی و شامل دو مرحله برخورد (collision) و پخش (streaming) است که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

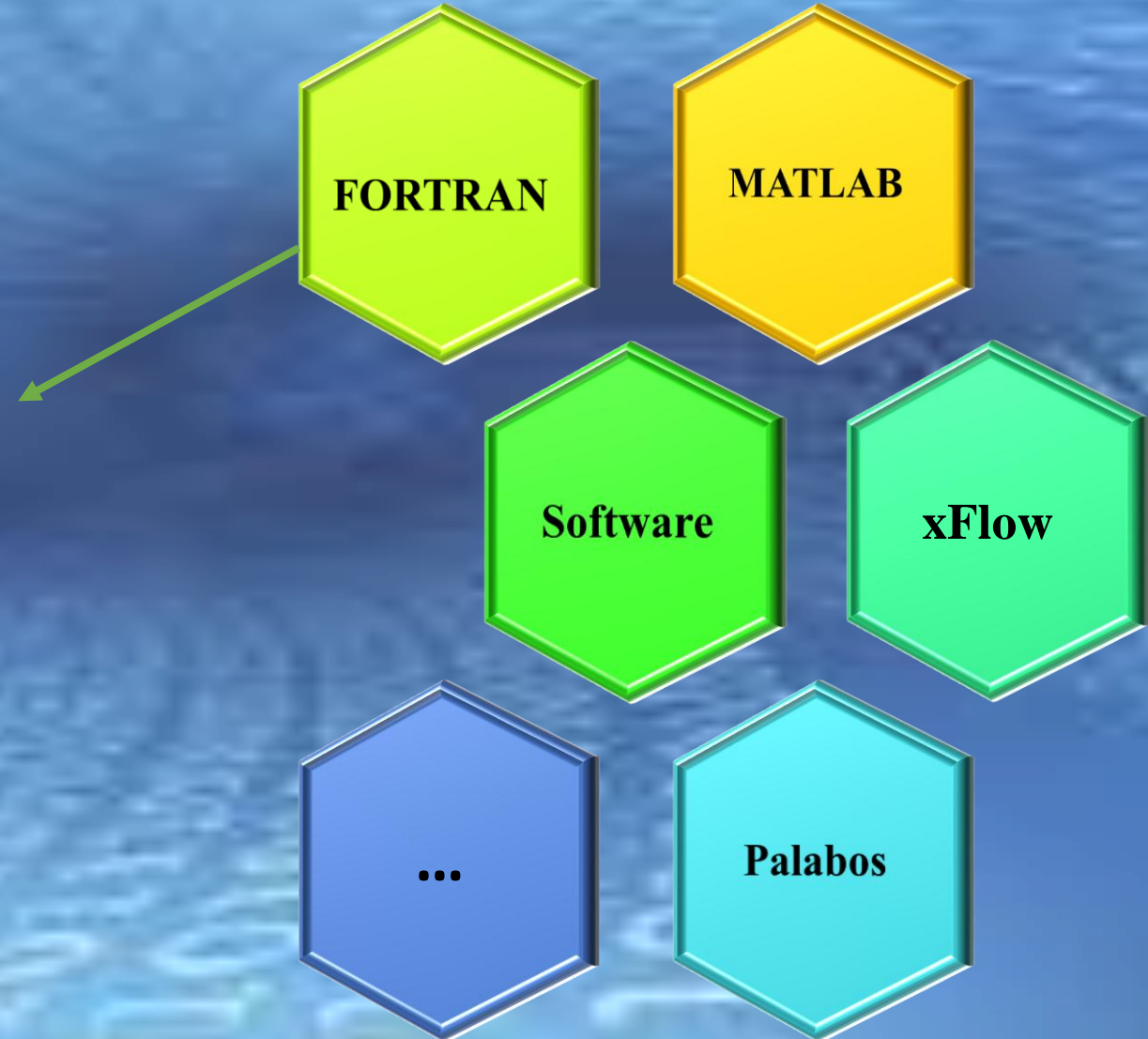
LBM مزایای متعددی نسبت به سایر روش‌های مرسوم CFD، به خصوص در برخورد با مرزهای پیچیده و محیط متخلخل در ابعاد میکروسکوپیک دارد و شامل موازی‌سازی الگوریتم است. شبیه‌سازی جریان چندفازی همیشه یک چالش برای CFD بوده است که در روش شبکه بولتزمن براحتی قابل تحلیل است.

با وجود افزایش محبوبیت LBM در شبیه‌سازی جریان سیال، برخی از محدودیت‌ها در این روش نیز وجود دارد از جمله، شبیه‌سازی جریان با عدد ماخ بالا است. با این حال، LBM قابلیت شبیه‌سازی حل‌های حرارتی خاص به همراه انجام انتقال حرارت (هدایت، جابجایی و تابش) دارد.

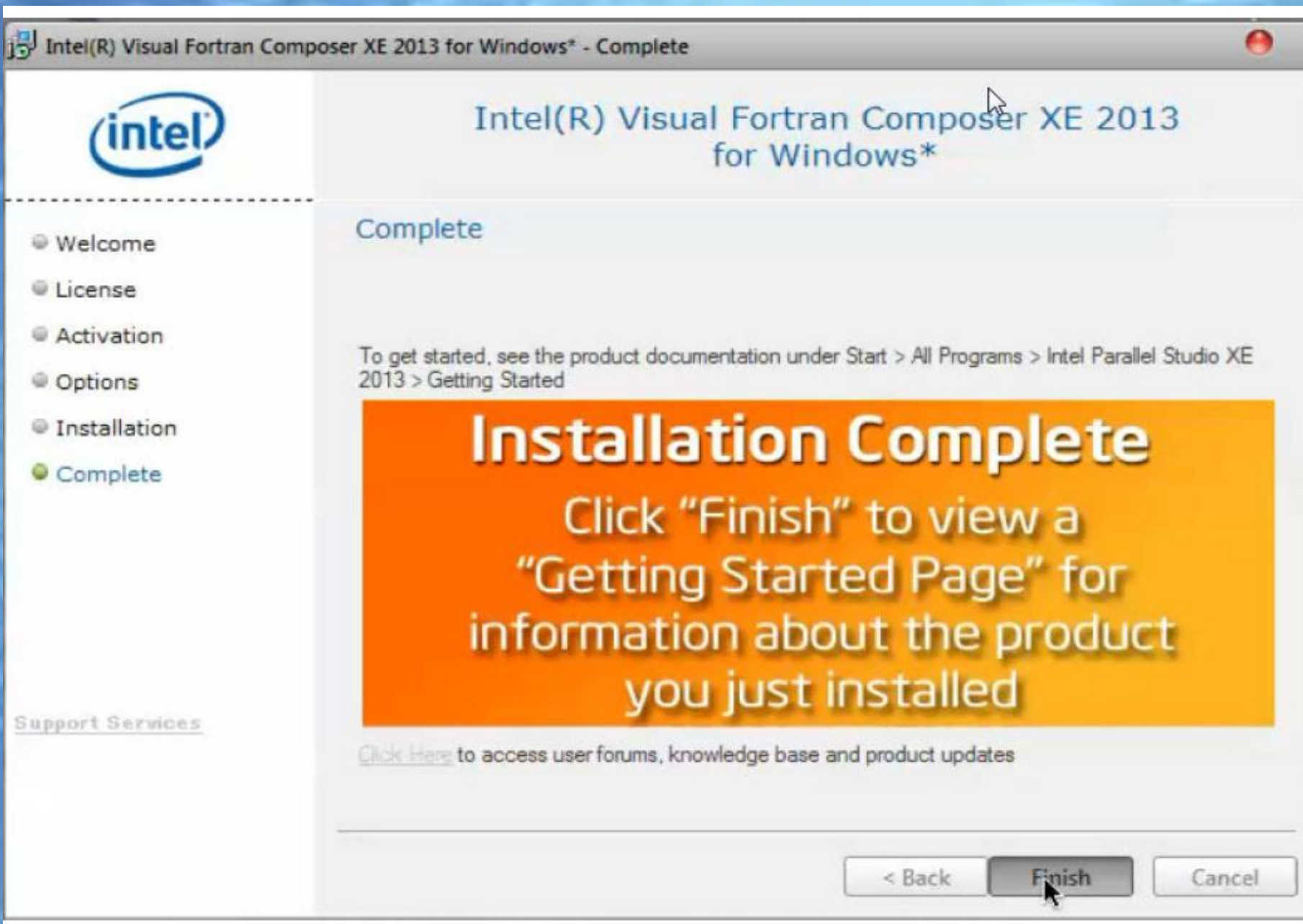
نرم افزارها

برای حل مسائل دینامیک سیالات به روش لیتیس بولتزن نرم افزارهای مختلفی مورد استفاده قرار می گیرند که به موارد زیر می توان اشاره کرد:

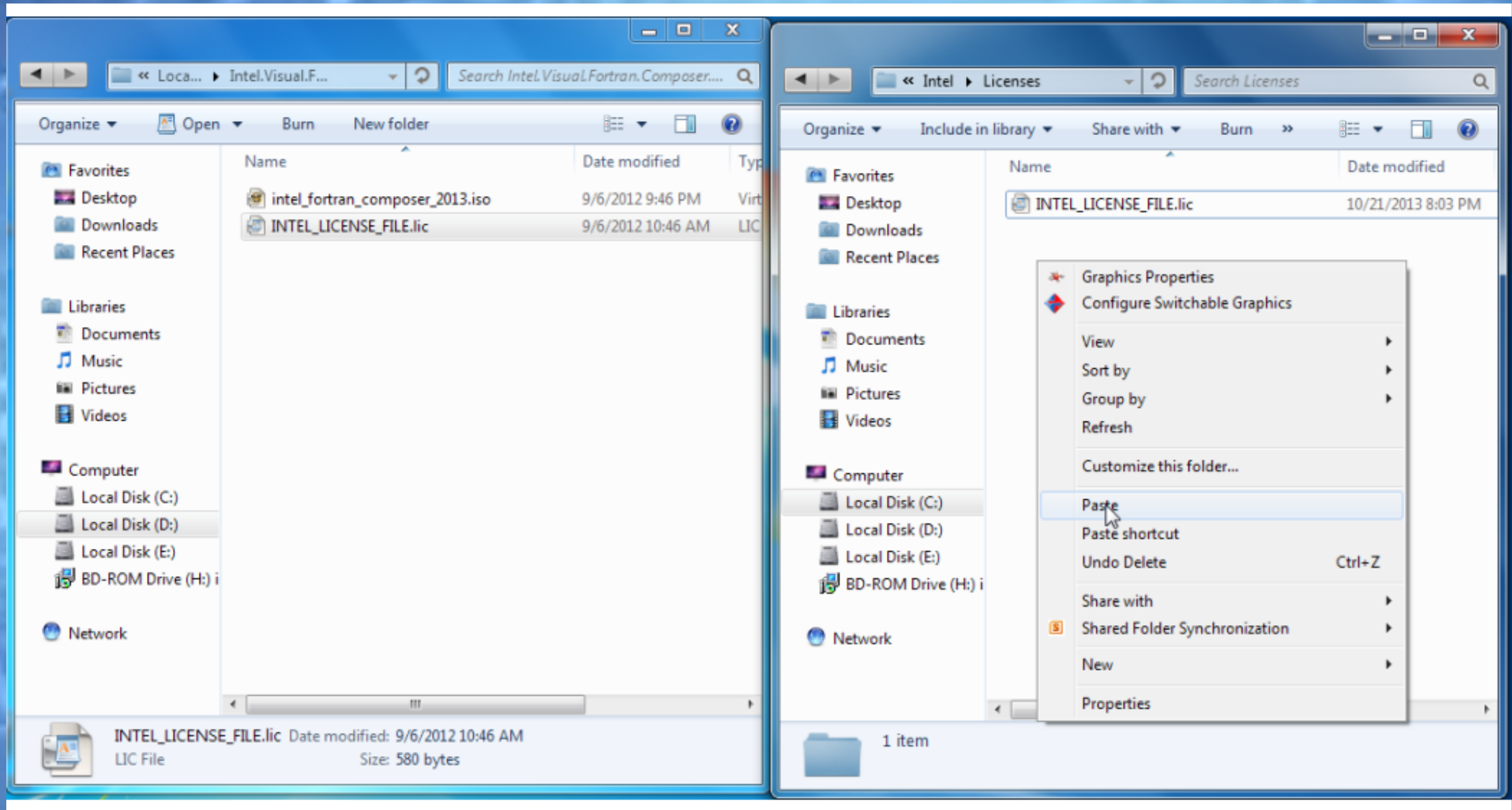
در کار حاضر از نرم افزار فرتن برای اعمال روش لیتیس بولتزن بر مسئله استفاده شده است. دلیل انتخاب این نرم افزار سرعت محاسباتی بیشتر، نیاز به حافظه محاسباتی کمتر کامپیوتر برای مسائل پیچیده و همچنین محبوبیت و استفاده بیشتر توسط کاربران بوده است و اطلاعات و مسائل استفاده شده از این نرم افزار برای رفع نقایص به وفور یافت می شود.



طریقه نصب نرم افزار فرترن



طریقه نصب نرم افزار فرترن



معادله لتیس بولتزمن

در تابع توزیع $f(r,c,t)$ تعداد مولکولها در زمان t در موقعیتی بین r و $r+dr$ قرار دارند که دارای سرعتی بین c و $c+dc$ هستند. تعداد مولکولها قبل از اعمال نیروی خارجی با تعداد مولکولها بعد از توزیع برابرند. اگر برخورد بین مولکولها صورت گیرد، نرخ تغییرات بین حالت ابتدا و انتهای تابع توزیع که عملگر برخورد (Ω) نامیده می شود به معادله اضافه می شود:

$$f(r + cdt, c + Fdt, t + dt)drdc - f(r, c, t)drdc = \Omega(f)drdc dt$$

در نهایت معادله بولتزمن به شکل زیر بیان می شود:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = \Omega$$

به دلیل پیچیدگی حل معادله بولتزمن به دلیل وجود ترم برخورد از تقریب BGKW برای حل معادله استفاده می شود که به معادله دیفرانسیل جزئی خطی به شکل زیر تبدیل می شود:

مرحله پخش

مرحله برخورد

$$f_i(r + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(r, t) + \frac{\Delta t}{\tau} [f_i^{eq}(r, t) - f_i(r, t)]$$

f_i^{eq} : تابع توزیع تعادلی یا بولتزمن-ماکسول

معادله نفوذ-جابجایی

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)$$

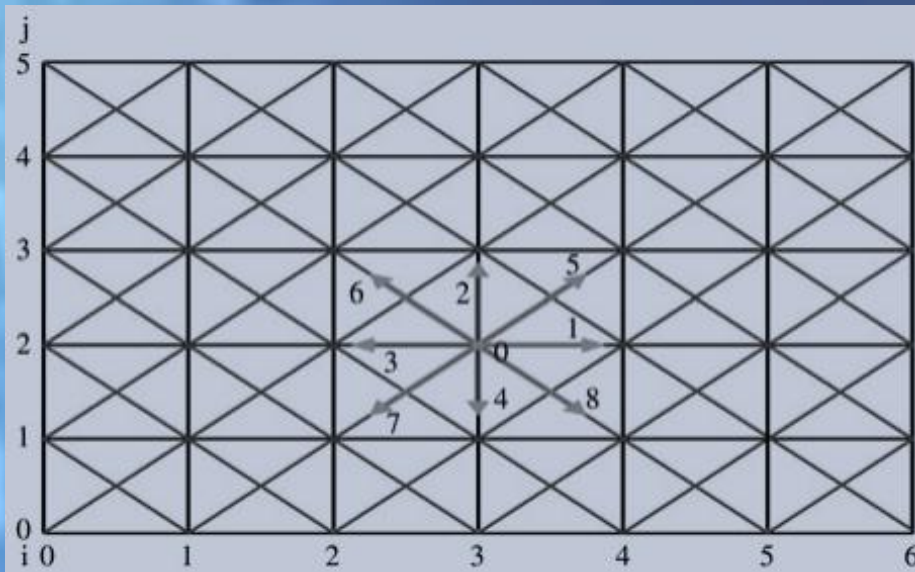
$$\alpha = \frac{\Delta x^2}{\Delta t D} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2} \right)$$

رابطه بین ω و α با استفاده از رابطه چاپمن-انکوگ

روش لیتس بولتزمن برای مسئله نفوذ-جابجایی

$$f_k(x + \Delta x, t + \Delta t) = f_k(x, t)[1 - \omega] + \omega f_k^{\text{eq}}(x, t)$$

$$f_k^{\text{eq}} = w_k \phi(x, t) \left[1 + \frac{c_k \cdot \vec{u}}{c_s^2} \right]$$



برداری واحد سرعت در راستای مسیر برخورد: $c_k = \frac{\Delta x}{\Delta t} i + \frac{\Delta y}{\Delta t} j$

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

سرعت صوت D2Q4 (دوبعد، ۴ بردار سرعت)

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

سرعت صوت D2Q9 (دوبعد، ۹ بردار سرعت)